

RINFORZO DI UN SOLAIO IN LEGNO CON CAPPA IN CALCESTRUZZO

Luigi Coppola

Dati:

P_n = carico accidentale + peso proprio nuovo pavimento

P_v = carico accidentale + peso proprio vecchio pavimento

$\Delta P = P_n - P_v$ = peso proprio nuovo pavimento - peso proprio vecchio pavimento

$P_{l(0)}, P_{c(0)}, P_{l(\infty)}, P_{c(\infty)}$ = carichi di verifica assorbiti dal solaio in legno (l) e dalla soletta in c.a. (c) a tempo infinito (∞) e all'entrata in esercizio (0).

γ_c = peso specifico della soletta in c.a.

s = spessore della soletta in c.a.

b = base complessiva dei travetti in legno su una fascia unitaria di solaio

L = luce del solaio

h = altezza dei travetti in legno

E_l, E_c = modulo elastico del legno (l) e del calcestruzzo (c)

φ_l, φ_c = rapporto tra deformazione viscosa e deformazione elastica istantanea del legno (l) e del calcestruzzo (c)

m = rapporto tra modulo elastico dell'acciaio e del calcestruzzo

M_r = momento flettente al limite di linearità della sezione in c.a.

M_f = momento flettente massimo dovuto ai carichi nella soletta in c.a.

$\lambda_{l(0)}, \lambda_{c(0)}, \lambda_{l(\infty)}, \lambda_{c(\infty)}$ = aliquota del carico P_n assorbita dal solaio in legno (l) e dalla soletta in c.a. (c) in esercizio (0) e a tempo infinito (∞).

All'entrata in esercizio si ha:

$$1) \begin{cases} P_{l(0)} = \gamma_c \cdot s + \lambda_{l(0)} P_n \\ P_{c(0)} = 0 + \lambda_{c(0)} P_n \end{cases}$$

I valori di λ possono essere desunti dal seguente sistema:

A) all'entrata in esercizio

$$\begin{cases} \lambda_I(0) + \lambda_C(0) = 1 \\ \frac{\lambda_I(0)}{\lambda_C(0)} = \frac{E_I b h^3}{E_C \cdot s^3} \end{cases} \quad \begin{cases} \lambda_I(0) = \frac{1}{1 + E_C \cdot s^3 / (E_I \cdot b \cdot h^3)} \\ \lambda_C(0) = \frac{1}{1 + E_I \cdot b \cdot h^3 / (E_C \cdot s^3)} \end{cases}$$

B) a tempo infinito

$$\begin{cases} \lambda_I(\infty) + \lambda_C(\infty) = 1 \\ \frac{\lambda_I(\infty)}{\lambda_C(\infty)} = \frac{E_I \cdot b \cdot h^3 \cdot \varphi_C}{E_C \cdot s^3 \cdot \varphi_I} \end{cases} \quad \begin{cases} \lambda_I(\infty) = \frac{1}{1 + (E_C \cdot s^3) / (E_I \cdot b \cdot h^3) \cdot \varphi_I / \varphi_C} \\ \lambda_C(\infty) = \frac{1}{1 + (E_I \cdot b \cdot h^3) / (E_C \cdot s^3) \cdot \varphi_C / \varphi_I} \end{cases}$$

A tempo infinito si ha:

$$2) \quad \begin{cases} P_I(\infty) = \lambda_I(\infty) \gamma_C \cdot s + \lambda_I(\infty) P_n \\ P_C(\infty) = \lambda_C(\infty) \gamma_C \cdot s + \lambda_C(\infty) P_n \end{cases}$$

Il problema che si pone è il seguente:

$$P_I(0) \leq P_I(\infty) \quad (*)$$

ovvero:

$$P_C(0) \geq P_C(\infty) \quad (**)$$

Il problema non è di semplice soluzione in quanto la redistribuzione del carico dipende dalla rigidità delle due strutture la quale a sua volta dipende dallo spessore della soletta in c.a. (s) che è un'incognita del problema.

L'equazione (**) può essere riscritta come segue:

$$\lambda_C(0) P_n \geq \lambda_C(\infty) \gamma_C \cdot s + \lambda_C(\infty) P_n$$

$$\frac{\lambda_C(0)}{\lambda_C(\infty)} \geq \frac{\gamma_C \cdot s}{P_n} + 1$$

Sostituendo ai vari λ i valori desunti sulla base delle rigidità delle due strutture, si ha:

$$\frac{1 + E_I b h^3 / (E_C \cdot s^3) \cdot \varphi_C / \varphi_I}{1 + E_C \cdot s^3 / (E_I \cdot b \cdot h^3)} \geq \frac{\gamma_C \cdot s}{P_n} + 1 \quad (***)$$

X
Y

Il secondo membro (Y) dell'equazione (***) è una quantità sicuramente maggiore di 1; il primo membro, invece, risulta maggiore o minore di 1 a seconda se risulta rispettivamente φ_C / φ_I maggiore o minore di 1.

Più precisamente:

a) se $\varphi_C / \varphi_I > 1$ nulla si può dire sulla disuguaglianza (***): entrambi i termini X ed Y, infatti, saranno maggiori di 1;

b) se $\varphi_C / \varphi_I < 1$ allora:

$$X < Y$$

cioè:

$$P_C(0) < P_C(\infty)$$

ovvero:

$$P_I(0) > P_I(\infty) \quad (****)$$

E' fondamentale che si verifichi la (****) in quanto l'obiettivo del rinforzo è quello di alleviare il carico del solaio rispetto alla situazione originaria, sia a tempo 0 che a tempo ∞ .

Questa condizione equivale ad imporre:

$$P_l < P_v \quad (1)$$

ovvero:

$$P_c > P_n + \gamma_c \cdot s - P_v$$

Per la soletta in c.a. si deve imporre:

$$M_f < M_r \quad (2)$$

entrambe le precedenti equazioni verificate a $t = 0$ e $t = \infty$:

$$\begin{aligned} P_l(0) < P_v & \quad P_{c(0)} L^2/8 < M_r \\ P_l(\infty) < P_v & \quad P_{c(\infty)} L^2/8 < M_r \end{aligned} \quad (3)$$

Il momento resistente ammissibile vale:

$$M_r = N_c(s' - y/3) = \sigma_d/2 \cdot m\beta^2 s^2 / (\sigma_f/\sigma_c + m)^2 \cdot (\sigma_f/\sigma_c + 2/3 m) \quad (4)$$

L'area del ferro (A_f) per unità di larghezza della soletta risulta:

$$A_f = \sigma_d/(2\sigma_f)y = \sigma_d/(2\sigma_f)[m\beta s/(m + \sigma_f/\sigma_c)] \quad (5)$$

Sostituendo i valori di M_r , P_v , e λ nelle (3) si ha:

$$I) (\gamma_c \cdot s - \Delta P)(1 + E_jbh^3/(E_c s^3)) < P_n$$

$$II) \frac{\gamma_c E_jbh^3 \varphi_c}{E_c s^3 \varphi_l} - \Delta P \left[1 + \frac{E_jbh^3}{E_c s^3} \frac{\varphi_c}{\varphi_l} \right] < P_n$$

$$III) P_n < \left[1 + \frac{E_jbh^3}{E_c s^3} \right] \frac{4m\beta^2(\sigma_f + 2/3 m\sigma_c)s^2}{L^2(\sigma_f/\sigma_c + m)}$$

$$IV) P_n < \left[1 + \frac{E_jbh^3 \varphi_c}{E_c s^3 \varphi_l} \right] \frac{4m\beta^2(\sigma_f + 2/3 m\sigma_c)s^2}{L^2(\sigma_f/\sigma_c + m)} - \gamma_c s$$

* se $\varphi_c > \varphi_l$ ($\varphi_c/\varphi_l > 1$) occorre verificare tutte le 4 equazioni

* se $\varphi_c < \varphi_l$ occorre verificare solo la equazione I e IV.

Poniamo

$$E_jbh^3 = r$$

questo valore può essere calcolato da una prova di carico:

$$E_jbh^3 = 5/385 \cdot PL^4 \cdot 12/defl_{max}$$

Pongo, inoltre:

$$f = \varphi_d/\varphi_l$$

$$K = 4 m\beta^2 (\sigma_f + 2/3 m\sigma_c)/(\sigma_f/\sigma_c + m)^2$$

Le equazioni I - IV diventano:

$$A) (\gamma_c \cdot s - \Delta P)(1 + r/(E_c \cdot s^3)) - P_n < 0$$

$$B) (\gamma_c \cdot r \cdot f/(E_c \cdot s^3) - \Delta P)(1 + r/(E_c \cdot s^3)) - P_n < 0$$

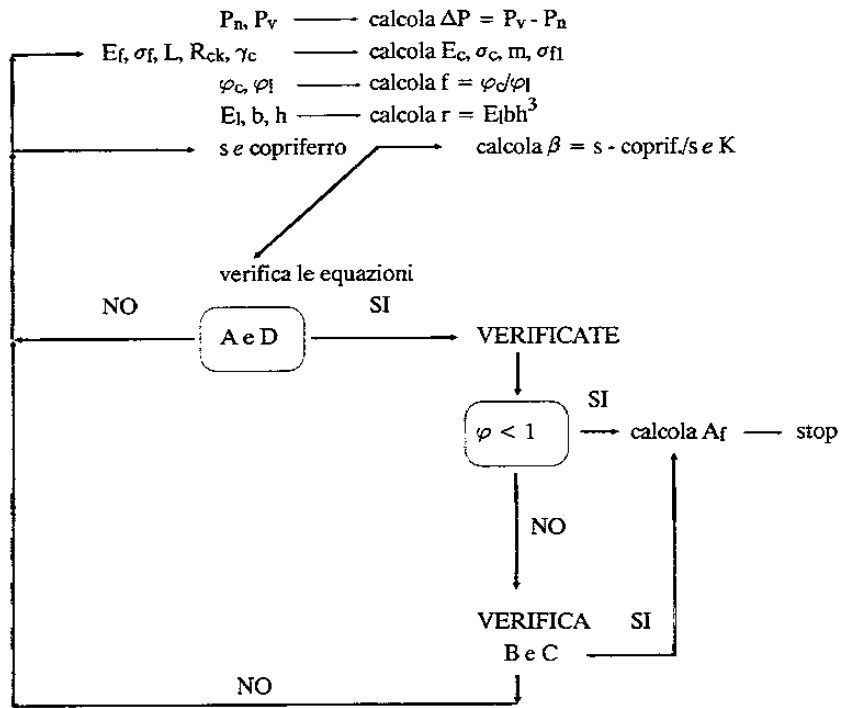
$$C) P_n - Ks^2/L^2(1 + r/(E_c \cdot s^3)) < 0$$

$$D) P_n - Ks^2/L^2(1 + r/(E_c s^3)) + \gamma_c s < 0$$

se $\varphi_c < \varphi_l$ verificare solo A) e D).

FLOW-CHART

Inserisci i seguenti dati:



$$E_c = 18000\sqrt{R_{ck}} \text{ in Kg/cm}^2 \text{ oppure } E_c = 5350\sqrt{R_{cm28}}$$

$$\sigma_c = 60 + (R_{ck} - 150) / 4 \cdot 1.3$$

$$\sigma_{fl} = \sigma_f \cdot 1.3$$

$$m = E_f / E_c$$

	AFORMOSIA	CASTAGNO	CIPRESSO	CIRMOLO	DOUGLASHIR	FAGGIO	IROKO	LARICE	MERANTI BIANCO	MERANTI GIALLO	MERANTI ROSSO SCURO	PINO SILV.	ROVERE BIANCO	ROVERE
γ_l (Kg/m ³)	760	1000	610	450	520	730	660	650	650	660	700	550	750	820
γ_l (fresco)	...	580	860	870	1070	800	850	...	1000
E_l (MPa)	11000	7500	12500	10000	12800	15000	10200	13800	12400	10700	13200	13000	11500	13000
σ_c (MPa)	110	95	85	60	80	110	80	107	80	80	72	100	95	90
σ_f (MPa)	127	110	90	75	86	115	117	94	97	92	108	97	97	108
σ_c (MPa)	67	51	48	39	48	62	55	50	48	47	57	47	50	61
r (MPa)	11	7.5	8	4.2	8	8	9	9	6	6	7	8	10	10
S_a (%)	0.2	0.5	0.4	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
S (%)	3.6	4	4	3	4.2	5.8	3.5	3.6	3.8	4.0	3.6	4.0	4.3	4.5

Legname: ROVERE

$$\left. \begin{aligned} E_l &= 13000 \text{ N/mm}^2 = 13 \cdot 10^6 \text{ KN/m}^2 \\ b &= 0.12 \text{ m} \cdot 2 \text{ travi/m} = 0.24 \text{ m/m} \\ h &= 0.15 \text{ m} \\ \varphi_l &= 2.5 \\ \gamma_l &= 10 \text{ KN/m}^3 \\ \varphi_{lf} &= 108 \text{ N/mm}^2 = 0.108 \text{ KN} \cdot 10^6/\text{m}^2 = 108 \cdot 10^3 \text{ KN/m}^2 \end{aligned} \right\} r = 10530 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

Calcestruzzo: $R_{ck} = 35 \text{ N/mm}^2 - \bar{\alpha}_c = 6 + (35-15)/4 = 14.3 \text{ N/mm}^2 = 14.3 \cdot 10^3 \text{ KN/m}^2$
 $\gamma_c = 24 \text{ KN/m}^3$
 $E_c = 5350 \sqrt{35 + 3.5} = 33196 \text{ N/mm}^2 = 33196 \cdot 10^3 \text{ KN/m}^2$
 $\varphi_c = 2.0 \longrightarrow f = 2/2.5 = 0.8$

Acciaio: $\bar{\alpha}_f = 2600 \text{ Kg/cm}^2 = 260 \text{ N/mm}^2 = 260 \cdot 10^3 \text{ KN/m}^2$
 $\delta = \text{copriferro} = 0.02 \text{ m}$
 $E_f = 210000 \text{ N/mm}^2 = 210000 \cdot 10^3 \text{ KN/m}^2$

LUCE SOLAIO = 3.5 m
 SPESSORE SOLETTA (s) = 8 cm = 0.08 m

$$\beta = (s-\delta)/s = (0.08 - 0.02)/0.08 = 0.75$$

$$m = 6.364$$

$$K = \frac{4 \cdot 6.364 (260 \cdot 10^3 \text{ KN/m}^2 + 2/3 \cdot 6.364 \cdot 14.3 \cdot 10^3 \text{ KN/m}^2)}{(260 \cdot 10^3 \text{ KN/m}^2 / 14.3 \cdot 10^3 \text{ KN/m}^2 + 6.364)^2} =$$

$$= 13548.6 \text{ KN/m}^2$$

VERIFICA:

A) $(24 \text{ KN/m}^2 \cdot 0.08 \text{ m} - 0.57 \text{ KN/m}^2)(1 + 10530 \text{ KN} \cdot \text{m} / (33196 \cdot 10^3 \text{ KN/m}^2 \cdot 0.08^3 \text{ m}^3)) - 2.63 \text{ KN/m}^2 < 0$

$$(1.35) \times (1.619) \text{ KN/m}^2 - 2.63 \text{ KN/m}^2 < 0$$

$$2.18 \text{ KN/m}^2 - 2.63 \text{ KN/m}^2 < 0$$

LA DISUGUAGLIANZA A) E' VERIFICATA

D) $2.63 \text{ KN/m}^2 - 13548.6 \text{ KN/m}^2 \cdot 0.08^2 \text{ m}^2 / 3.5^2 \text{ m}^2 (1 + 10530 \text{ KN} \cdot \text{m} / (33196 \cdot 10^3 \text{ KN/m}^2 \cdot 0.08^3 \text{ m}^3)) + 24 \text{ KN/m}^2 \cdot 0.08 \text{ m} < 0$

$$2.63 \text{ KN/m}^2 - 10.58 \text{ KN/m}^2 + 1.92 \text{ KN/m}^2 < 0$$

$$-6.03 \text{ KN/m}^2 < 0$$

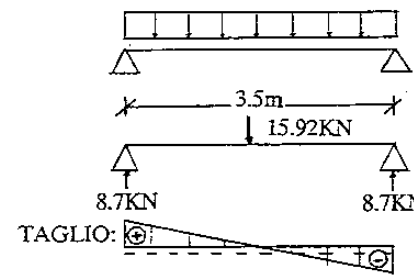
LA DISUGUAGLIANZA D) E' VERIFICATA

INOLTRE ESSENDO $f = \varphi_c / \varphi_l < 1$ LA SOLUZIONE ADOTTATA
 (Spessore della soletta = 8 cm) E' AMMISSIBILE

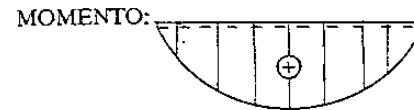
$$A_f = \frac{14.3 \cdot 10^3 \text{ KN/m}^2}{2 \cdot 260 \cdot 10^3 \text{ KN/m}^2} \left[\frac{6.364 \cdot 0.75 \cdot 0.08 \text{ m}}{6.364 + 260 \cdot 10^3 \text{ KN/m}^2 / 14.3 \cdot 10^3 \text{ KN/m}^2} \right] = 4.28 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$= 4.28 \cdot 10^{-2} \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} = 4.28 \text{ cm}^2$$

Calcoliamo gli sforzi nel legno ipotizzando, a vantaggio di sicurezza che all'entrata in esercizio, tutto il carico (acc. + peso proprio) gravi sul solaio in legno:



$$\uparrow 2.63 \text{ KN/m} + 1.92 \text{ KN/m} + 0.432 \text{ KN/m} = 4.98 \text{ KN/m}$$

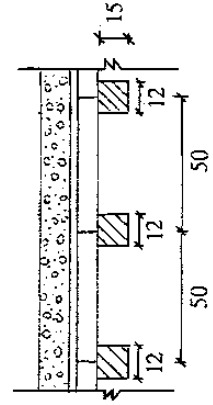
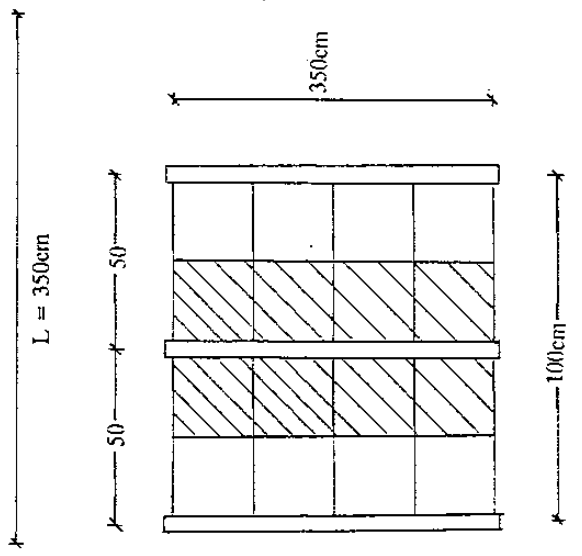
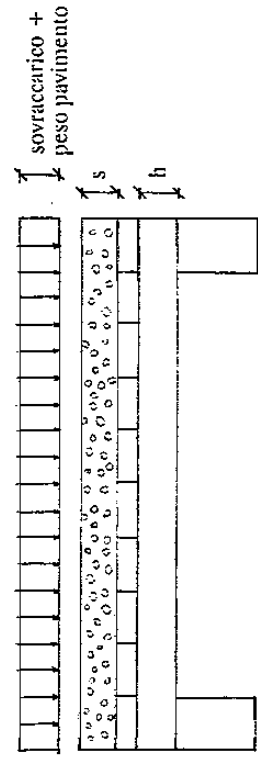


T
 $\uparrow (+) \downarrow$ $T(z) = 8.96 - 4.98 \cdot z$

M
 $\uparrow (+)$ $M(z) = 8.96z - 4.98 \cdot z^2/2$
 $M_{\max} = 7.62 \text{ KN/m}$

$$\sigma_1 = M_{max}/I \cdot h/2 = \frac{7.62 \text{ KN} \cdot \text{m} \cdot 6}{1/12 \cdot 0.12 \text{ m} \cdot 0.15^3 \text{ m}^3} \cdot \frac{0.15 \text{ m}}{2} = 16445 \text{ KN/m}^2$$

• $1 \text{ m} < 108000 \text{ KN/m}^2 = \sigma_{lf}$ = resistenza a trazione per flessione del rovere;
 coefficiente di sicurezza = 6.37.



b = 24 cm
 h = 15 cm
 L = 350 cm

Sovraccarico accidentale = 2KN/m²
 Peso nuovo pavimento = 0.14KN/m²
 0.24KN/m²
 0.25KN/m²
 TOT = 0.63KN/m²
 Peso vecchio pavimento = 1.2KN/m²
 P_n = 2KN/m² + 0.63KN/m² = 2.63KN/m²
 P_v = 2KN/m² + 1.20KN/m² = 3.20KN/m²
 ΔP = 0.57KN/m²